第５講　ベクトル

1　三角形 ABC において，

$|\overrightarrow{AB}|=4$，$|\overrightarrow{AC}|=5$，$|\overrightarrow{BC}|=6$

である．辺 AC 上の点 D は BD⊥AC を満たし，辺 AB 上の点 E は CE⊥AB をみたす．CE と BD の交点を H とする．

(1)　$\overrightarrow{AD}=r\overrightarrow{AC}$ となる実数 r を求めよ．

(2)　$\overrightarrow{AH}=s\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}$ となる実数 s，t を求めよ．

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2 ［1］ 平面上の 3 点 O，A，B は条件 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|=|2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|=1$ を満たす．

(1) $|\overrightarrow{AB}|$ および三角形 OAB の面積を求めよ．

(2) 点 P が平面上を $|\overrightarrow{OP}|=|\overrightarrow{OB}|$ を満たしながら動くときの三角形 PAB の面積の最大値を求めよ．

［2］ a，c を実数とする．空間内の 4 点 O(0，0，0)，A(2，0，a)，B(2，1，5)，C(0，1，c) は同一平面上にある．

(1) c を a で表せ．

(2) 四角形 OABC の面積の最小値を求めよ．

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 四面体 OAPQ において，

$$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=1,\ \overrightarrow{\mathrm{OA}}\perp\overrightarrow{\mathrm{OP}},\ \overrightarrow{\mathrm{OP}}\perp\overrightarrow{\mathrm{OQ}},\ \overrightarrow{\mathrm{OA}}\perp\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$$

で，$\angle \mathrm{PAQ}=30^\circ$ である．

(1) $\triangle \mathrm{APQ}$ の面積 S を求めよ．

(2) $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$ のとり得る範囲を求めよ．

(3) 四面体 OAPQ の体積 V の最大値を求めよ．

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第５講　ベクトル

1　三角形 ABC において，

$|\overrightarrow{AB}|=4$，$|\overrightarrow{AC}|=5$，$|\overrightarrow{BC}|=6$

である．辺 AC 上の点 D は BD⊥AC を満たし，辺 AB 上の点 E は CE⊥AB をみたす．CE と BD の交点を H とする．

(1)　$\overrightarrow{AD}=r\overrightarrow{AC}$ となる実数 r を求めよ．

(2)　$\overrightarrow{AH}=s\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}$ となる実数 s，t を求めよ．

(1)　$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$ とすると　$\vec{b}\cdot\vec{c}=|\vec{b}||\vec{c}|\cos\angle BAC=4\times5\times\dfrac{16+25-36}{2\times4\times5}=\dfrac{5}{2}$

$\overrightarrow{AD}=r\overrightarrow{AC}=r\vec{c}$　とおくと

BD⊥AC より $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{AC}=0$　　$(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})\cdot\overrightarrow{AC}=0$　　$(r\vec{c}-\vec{b})\cdot\vec{c}=0$

$r|\vec{c}|^2-\vec{b}\cdot\vec{c}=0$　　$5r-\dfrac{1}{2}=0$　　ゆえに　$\boldsymbol{r=\dfrac{1}{10}}$

(2)　(1)と同様に　$\overrightarrow{AE}=k\overrightarrow{AB}$ とおくと

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CE}=0$　　$\vec{b}\cdot(\vec{c}-k\vec{b})=0$　　$\dfrac{5}{2}-16k=0$　　$k=\dfrac{5}{32}$　……☆

ここで　$\overrightarrow{AH}=s\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}=s\overrightarrow{AB}+t\times10\overrightarrow{AD}$　　H は BD 上より　$s+10t=1$

また　$\overrightarrow{AH}=s\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}=s\times\dfrac{32}{5}\overrightarrow{AE}+t\overrightarrow{AC}$　　H は EC 上より　$\dfrac{32}{5}s+t=1$

よって　$\boldsymbol{s=\dfrac{1}{7}}$，$\boldsymbol{t=\dfrac{3}{35}}$

【別解】　☆の後に

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AH}=|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{AH}|\cos\angle CAH=|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{AD}|=\dfrac{1}{10}|\overrightarrow{AC}|^2$　……①

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AH}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AH}|\cos\angle BAH=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AE}|=\dfrac{5}{32}|\overrightarrow{AB}|^2$　……②

①より　$\vec{c}\cdot(s\vec{b}+t\vec{c})=\dfrac{1}{10}\times25$　　よって　$\dfrac{5}{2}s+25t=\dfrac{25}{10}$

②より　$\vec{b}\cdot(s\vec{b}+t\vec{c})=\dfrac{5}{32}\times16$　　よって　$16s+\dfrac{5}{2}t=\dfrac{5}{2}$

ゆえに　$\boldsymbol{s=\dfrac{1}{7}}$，$\boldsymbol{t=\dfrac{3}{35}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　[1]　平面上の3点O，A，Bは条件 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|=|2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|=1$ を満たす．

(1)　$|\overrightarrow{AB}|$ および三角形OABの面積を求めよ．

(2)　点Pが平面上を $|\overrightarrow{OP}|=|\overrightarrow{OB}|$ を満たしながら動くときの三角形PABの面積の最大値を求めよ．

(1)　$|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|=1$　より　$1+2\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}+|\overrightarrow{OB}|^2=1$　……①

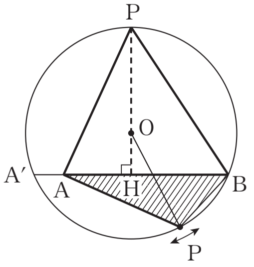
$|2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|=1$　より　$4+4\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}+|\overrightarrow{OB}|^2=1$　……②

①，②より　$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-\dfrac{3}{2}$　　$|\overrightarrow{OB}|=\sqrt{3}$

よって　$|\overrightarrow{AB}|^2=|\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}|^2=3-2\times\left(-\dfrac{3}{2}\right)+1=7$　　ゆえに　$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{7}$

$$\triangle OAB=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{OA}|^2|\overrightarrow{OB}|^2-(\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB})^2}=\frac{1}{2}\sqrt{1\times3-\frac{9}{4}}=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{4}}$$

(2)　$|\overrightarrow{OP}|=|\overrightarrow{OB}|=\sqrt{3}$ を満たす動点P（右図）について



Oを中心とする半径 $\sqrt{3}$ の円と直線ABとの交点のうち

Bと異なる方をA′とすると，直線OPが弦A′Bの垂直二等分線

となるときの点Pが△PABの面積を最大にする点である．

OからABに下ろした垂線の足Hについて

$\triangle OAB=\dfrac{1}{2}AB\times OH$ より　$\dfrac{\sqrt{3}}{4}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{7}\times OH$

よって　$OH=\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$

よって求める△PABの最大値は

$$\frac{1}{2}\times AB\times(OH+OP)=\frac{1}{2}\times\sqrt{7}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}+\sqrt{3}\right)=\frac{1}{4}\sqrt{3}+\frac{\sqrt{7}}{2}\times\sqrt{3}$$

$$=\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}(1+2\sqrt{7})}{4}}$$

2　[2]　a，c を実数とする．空間内の4点O(0，0，0)，A(2，0，a)，B(2，1，5)，C(0，1，c)は同一平面上にある．

(1)　c を a で表せ．　　(2)　四角形OABCの面積の最小値を求めよ．

(1)　$\overrightarrow{OC}=\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}$ となる α，β が存在する．

つまり　$(0,1,c)=\alpha(2,0,a)+\beta(2,1,5)$　より　$\alpha+\beta=0$，$\beta=1$，$a\alpha+5\beta=c$

よって　$\alpha=-1$，$\beta=1$　　ゆえに　$\boldsymbol{c=-a+5}$

(2)　$\overrightarrow{OC}=-\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ より　$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AB}$　　よって，四角形OABCは平行四辺形

$OA=\sqrt{4+a^2}$，$OC=\sqrt{1+c^2}$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=ac$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

四角形OABC

$=2\triangle\mathrm{OAC}=\sqrt{|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|^2|\overrightarrow{\mathrm{OC}}|^2-(\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}})^2}=\sqrt{(4+a^2)(1+c^2)-a^2c^2}$

$=\sqrt{a^2+4c^2+4}=\sqrt{a^2+4(-a+5)^2+4}=\sqrt{5a^2-40a+104}=\sqrt{5(a-4)^2+24}$

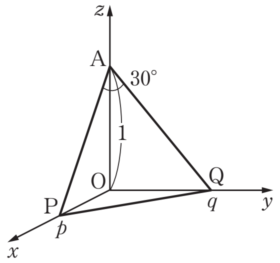
よって，$a=4$ のとき　四角形OABCは最小値　$\sqrt{24}=\mathbf{2\sqrt{6}}$　をとる．

3　四面体OAPQにおいて，$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=1$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\perp\overrightarrow{\mathrm{OP}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\perp\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\perp\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ で，$\angle\mathrm{PAQ}=30^\circ$ である．

(1)　△APQの面積 S を求めよ．　(2)　$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$ のとり得る範囲を求めよ．

(3)　四面体OAPQの体積 V の最大値を求めよ．

題意より，A(0，0，1)，P(p，0，0)，Q(0，q，0)（$p>0$，$q>0$）とおける．



(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=(p,\ 0,\ -1)$，$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=(0,\ q,\ -1)$　　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=1$　……①

また，$\angle\mathrm{PAQ}=30^\circ$ より，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=|\overrightarrow{\mathrm{AP}}||\overrightarrow{\mathrm{AQ}}|\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　……②

①，②より　$|\overrightarrow{\mathrm{AP}}||\overrightarrow{\mathrm{AQ}}|=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

ゆえに　$S=\dfrac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|^2|\overrightarrow{\mathrm{AQ}}|^2-(\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AQ}})^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{4}{3}-1}=\mathbf{\dfrac{\sqrt{3}}{6}}$

(2)　$|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|^2|\overrightarrow{\mathrm{AQ}}|^2=\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)^2$　より　$(p^2+1)(q^2+1)=\dfrac{4}{3}$　……③

$p^2+1=\dfrac{4}{3(q^2+1)}$　　$p^2=\dfrac{4}{3(q^2+1)}-1$　$(q>0)$

ここで　$q^2+1>1$　より　$0<\dfrac{1}{q^2+1}<1$　　$0<p^2<\dfrac{1}{3}$　　ゆえに　$\mathbf{0<|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|<\dfrac{\sqrt{3}}{3}}$

(3)　$V=\dfrac{1}{3}\times\triangle\mathrm{OPQ}\times\mathrm{OA}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}pq\times1=\dfrac{1}{6}pq$　よって　pq の最大値を求める．

ここで③より　$p^2q^2+p^2+q^2+1=\dfrac{4}{3}$　つまり　$(pq)^2+(p+q)^2-2pq=\dfrac{1}{3}$

$p+q=X$，$pq=Y$ とおくと　$Y^2+X^2-2Y=\dfrac{1}{3}$　　つまり　$X^2+(Y-1)^2=\dfrac{4}{3}$　……④

また，p，q は $t^2-Xt+Y=0$ の2解．

p，q は実数より　$X^2-4Y\geqq0$　$Y\leqq\dfrac{1}{4}X^2$　……⑤

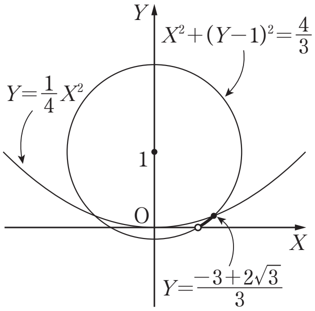
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

ここで　$X^2+(Y-1)^2=\dfrac{4}{3}$　と　$X^2=4Y$　の交点の Y 座標は

$$Y^2+2Y=\frac{1}{3} \qquad 3Y^2+6Y-1=0 \qquad Y=\frac{-3+2\sqrt{3}}{3}\ (>0)$$

また，$X=p+q>0$

よって，X，Y の満たす領域は右図太線部分.



ゆえに　$0<Y\leqq\dfrac{-3+2\sqrt{3}}{3}$ より

求める V の最大値は　$\dfrac{1}{6}\times\dfrac{-3+2\sqrt{3}}{3}=\mathbf{\dfrac{-3+2\sqrt{3}}{18}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1　三角形 ABC の辺の長さをそれぞれ AB$=6$，BC$=2\sqrt{13}$，CA$=8$ とする．

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を求めよ．

(2)　三角形 ABC の外心を O とする．$\overrightarrow{\mathrm{AO}}=l\overrightarrow{\mathrm{AB}}+m\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ と表すとき，l，m の値を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　空間に 2 点 $\mathrm{A}(\sqrt{3},\ 0,\ 0)$，$\mathrm{B}(0,\ \sqrt{2},\ 0)$ がある．z 軸上に点 $\mathrm{P}(0,\ 0,\ p)$ $(p>0)$ があり，$\overrightarrow{\mathrm{PA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{PB}}$ のなす角は 45° である．

(1)　p の値を求めよ．

(2)　3 点 A，B，P を通る平面 α に関して，原点 $\mathrm{O}(0,\ 0,\ 0)$ と対称な点の座標を求めよ．

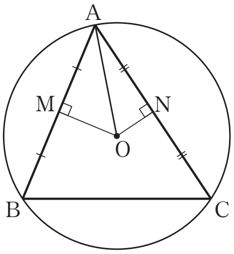
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

一橋大数学ⅠAⅡB　　第5講　ベクトル　練習問題　解答

1　三角形ABCの辺の長さをそれぞれ $AB=6$，$BC=2\sqrt{13}$，$CA=8$ とする．

(1)　$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ を求めよ．

(2)　三角形ABCの外心をOとする．$\overrightarrow{AO}=l\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{AC}$ と表すとき，l，m の値を求めよ．



(1)　$|\overrightarrow{BC}|^2=|\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}|^2=|\overrightarrow{AC}|^2-2\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}+|\overrightarrow{AB}|^2$

よって　$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\dfrac{|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{AC}|^2-|\overrightarrow{BC}|^2}{2}=\dfrac{36+64-52}{2}=\mathbf{24}$

内積を求める有用な一手段である

(2)　AB，ACの中点をそれぞれM，Nとすると

$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{AB}=0$　　$(\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AO})\cdot\overrightarrow{AB}=0$

$\left(\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}-l\overrightarrow{AB}-m\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{AB}=0$

$\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|^2-l|\overrightarrow{AB}|^2-m\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$　　よって　$6l+4m=3$　……①

$\overrightarrow{ON}\cdot\overrightarrow{AC}=0$　　$(\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AO})\cdot\overrightarrow{AC}=0$

$\left(\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}-l\overrightarrow{AB}-m\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{AC}=0$

$\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|^2-l\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}-m|\overrightarrow{AC}|^2=0$　　よって　$3l+8m=4$　……②

①，②より　$\boldsymbol{l=\dfrac{2}{9}}$，$\boldsymbol{m=\dfrac{5}{12}}$

【別解】

$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AO}|\cos\angle OAB=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AM}|=\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|^2$

よって　$(l\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|^2$　より　$6l+4m=3$　……①

$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{AO}|\cos\angle OAC=|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{AN}|=\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|^2$

よって　$(l\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{AC}=\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|^2$　より　$3l+8m=4$　……②

①，②より　$\boldsymbol{l=\dfrac{2}{9}}$，$\boldsymbol{m=\dfrac{5}{12}}$

【別解】の考え方は「正射影ベクトル」を用いたもの．
直交＝内積が0と合わせて覚えておきたい．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　空間に 2 点 A$(\sqrt{3},\ 0,\ 0)$，B$(0,\ \sqrt{2},\ 0)$ がある．z 軸上に点 P$(0,\ 0,\ p)$ $(p>0)$ があり，$\overrightarrow{PA}$ と $\overrightarrow{PB}$ のなす角は 45° である．

(1)　p の値を求めよ．

(2)　3 点 A，B，P を通る平面 α に関して，原点 O$(0,\ 0,\ 0)$ と対称な点の座標を求めよ．

(1)　$\overrightarrow{PA}=(\sqrt{3},\ 0,\ -p)$，$\overrightarrow{PB}=(0,\ \sqrt{2},\ -p)$

$|\overrightarrow{PA}|=\sqrt{p^2+3}$，$|\overrightarrow{PB}|=\sqrt{p^2+2}$，$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=p^2$ より

$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=|\overrightarrow{PA}||\overrightarrow{PB}|\cos 45°$　つまり　$p^2=\sqrt{p^2+3}\times\sqrt{p^2+2}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

成分表示されているときの内積の流れをしっかりつかんでおこう．

$2p^4=p^4+5p^2+6$　　$p^4-5p^2-6=0$

$(p^2+1)(p^2-6)=0$　　$p^2=6$　　$p>0$ より　$p=\sqrt{6}$

(2)　(1)より P$(0,\ 0,\ \sqrt{6})$，$\overrightarrow{PA}=(\sqrt{3},\ 0,\ -\sqrt{6})$，$\overrightarrow{PB}=(0,\ \sqrt{2},\ -\sqrt{6})$

$|\overrightarrow{PA}|=\sqrt{6+3}=3$，$|\overrightarrow{PB}|=\sqrt{6+2}=2\sqrt{2}$，$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=6$

平面 α に関して O と対称な点を O′ とする．

線分 OO′ の中点を M とすると，M は平面 α 上より　$\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OP}+s\overrightarrow{PA}+t\overrightarrow{PB}$

また，OM⊥平面 α より　$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{PA}=0$　かつ　$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{PB}=0$

$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{PA}=-6$　であるから

$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{PA}=0$　より　$(\overrightarrow{OP}+s\overrightarrow{PA}+t\overrightarrow{PB})\cdot\overrightarrow{PA}=0$　　つまり　$-6+9s+6t=0$　……①

$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{PB}=-6$　であるから

$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{PB}=0$　より　$(\overrightarrow{OP}+s\overrightarrow{PA}+t\overrightarrow{PB})\cdot\overrightarrow{PB}=0$　　つまり　$-6+6s+8t=0$　……②

①，②より　$s=\dfrac{1}{3}$，$t=\dfrac{1}{2}$

よって　$\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OP}+s\overrightarrow{PA}+t\overrightarrow{PB}$

$$=(0,\ 0,\ \sqrt{6})+\frac{1}{3}(\sqrt{3},\ 0,\ -\sqrt{6})+\frac{1}{2}(0,\ \sqrt{2},\ -\sqrt{6})=\left(\frac{\sqrt{3}}{3},\ \frac{\sqrt{2}}{2},\ \frac{\sqrt{6}}{6}\right)$$

したがって　$\overrightarrow{OO'}=2\overrightarrow{OM}=\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3},\ \sqrt{2},\ \dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)$

ゆえに，求める座標は　$\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3},\ \sqrt{2},\ \dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)$

ベクトルを利用した「対称移動」．平面・空間にかかわらず，対称点の中点が「対称の軸」の上にあることを利用する．今回のように平面に関しての対称移動の場合は，対称の軸は「平面上の点」．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。